**1)** Sans chercher la forme algébrique, donner directement les conjugués de $z$ et de $z'$ avec $z=(4-5i)(3+i)$ et $z'=\frac{4-5i}{3+i}$.

**2)** Déterminer les nombres complexes $z$ tels que $z\bar{z}+3(z-\bar{z})=13+18i$.

**3) Racines n-ième de l'unité**

Déterminer l'ensemble des nombres complexes tels que : $z^n = 1$

**4) Racines d'une équation du second degré dans le corps des complexes**

Soit l'équation $a, b, c \in \mathbb{R}$, $(E): ax^2 + bx + c = 0$. Montrer que, si le discriminant de (E) est strictement négatif, l'équation admet deux solutions complexes conjuguées.

**5)** Donner la forme trigonométrique puis la forme algébrique de $z_1=(1+i)^6$ et de $z_2=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i}{\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}}$.

**6) Formule de moivre**. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, (cos(\theta) + isin(\theta))^n = cos(n\theta) + isin(\theta)$

**7) Formules d'Euler.** Montrer que : $\cos(x) = \frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}$ et $\sin(x) = \frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}$

**8) Linéarisation.** A l'aide des questions précédentes, montrer que :

$$cos^3(\theta)sin^2(\theta) = -\frac{1}{16}(cos5\theta + cos3\theta - 2cos\theta)$$

**9)** Montrer que :

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

N'aurait-on pas aussi pu prouver 8) avec cette méthode ? Le montrer.

**Exercice 6** Écrire sous forme trigonométrique les nombres complexes suivants et placer leurs images dans le plan muni d'un repère orthonormé direct.

a) $z_1 = -1 - \mathrm{i}$ b) $z_2 = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ c) $z_3 = -7$ d) $z_4 = -5\mathrm{i}$.

**Exercice 7** Donner la forme trigonométrique des nombres complexes suivants :

a) $z_1 = (1 - \mathrm{i})^5$ (on donnera ensuite la forme algébrique de $z_1$)

b) $z_2 = \left(1 + \mathrm{i}\sqrt{3}\right)(-3 + 3\mathrm{i})$ c) $z_3 = \dfrac{1}{\mathrm{i}}$ d) $z_4 = \dfrac{2 - 2\mathrm{i}}{\sqrt{3} + \mathrm{i}}$ e) $z_5 = \dfrac{(2 - 2\mathrm{i})^3}{\left(\sqrt{3} + \mathrm{i}\right)^2}$.

**Exercice 8** En calculant le produit $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \mathrm{i}\dfrac{1}{2}\right)\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ sous forme algébrique et sous forme trigonométrique, déterminer le cosinus et le sinus de $\dfrac{\pi}{12}$.

**Exercice 9** En calculant $(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta)^3$ de deux façons différentes, exprimer $\cos 3\theta$ et $\sin 3\theta$ en fonction de $\cos\theta$ et de $\sin\theta$.

**Exercice 10** Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $\left(O\,;\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère trois points distincts A, B et C, d'affixes $z_A$, $z_B$ et $z_C$.

❶ Donner une interprétation géométrique de $\left|\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right|$.

❷ Quel est le vecteur image du nombre complexe $z_B - z_A$ ? Donner la signification géométrique de $\arg(z_B - z_A)$. En déduire la signification géométrique de $\arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)$.

❸ Application

Déterminer la forme algébrique puis la forme trigonométrique de $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ avec $z_A = 2\mathrm{i}$, $z_B = 1 + 5\mathrm{i}$ et $z_C = -3 + 3\mathrm{i}$. En déduire la nature du triangle ABC.